Departamento de Geodesia

PROCESAMIENTO, CÁLCULO Y ANÁLISIS DEL MARCO DE REFERENCIA MRGMVD2025

(GNSS y ALTIMETRÍA)

Profs.:Ing.Fabián Barbato
Ing.Jorge Faure
Ing.Ernesto De Los Santos.

DEPARTAMENTO DE GEODESIA

SEPTIEMBRE DEL 2026

CÁLCULO Y AJUSTE DE LA RED DE GNSS DE MONTEVIDEO 2025

Antecedentes

Las redes geodésicas constituyen el soporte lógico, topológico, geométrico y matemático para el cálculo y representación de entidades físicas sobre la superficie terrestre.

El desarrollo tecnológico del Sistema de Posicionamiento Global (GPS-GNSS) y sus aplicaciones a redes geodésicas, han cambiado radicalmente el concepto de redes y facilitado y masificado su utilización.

En la ingeniería moderna, para la planificación territorial, los Sistemas de Información Geográfica, desarrollos catastrales, aspectos ambientales, etc., resulta imprescindible, vincular las obras de infraestructura y entidades geográficas a un marco geodésico de referencia espacial único, preciso y confiable.

El Marco del Sistema Geodésico de Referencia para Montevideo, lo constituye el CDM (Concejo Departamental de Montevideo), realizado por las décadas de 1950 - 1960.
Este sistema, que fue diseñado para generar y soportar la cartografía oficial del Departamento, está desactualizado y sin mantenimiento.
Esto significa en los hechos, la escasa utilización que se hace por parte de él, y que se impone una revisión estratégica de su diseño.

En el año 2004 en acuerdo con la Facultad de Ingeniería UDELAR, se llevó adelante el diseño e implementación de la Red Geodésica GNSS MRGMVD2004, que consistió en la implantación de más de 30 Vértices Geodésicos de alta precisión distribuidos por todo el Departamento.
Esta Red Geodésica permitió entre otras cosas, desarrollar los sucesivos vuelos fotogramétricos y de drones utilizados hasta el día de hoy.
Pero luego de 20 años, esta Red necesita ser densificada, reponer Vértices dañados, y adicionarle Nivelación Geométrica de Precisión de acuerdo al Cálculo del Modelo de Alturas desarrollado en el 2021 por Geomática.

Introducción

El Servicio de Geomática, tiene como uno de sus puntos más importantes dentro de sus cometidos, el Diseño, Implementación y Mantenimiento de una Red Geodésica para el Departamento de Montevideo [MRGMVD], conectado la Red Geodésica Nacional del IGM REGNAROU.

Para la implementación de la red, se requieren equipos receptores de alta performance y precisión por tratarse de redes geodésicas urbanas (doble frecuencia), Niveles de Alta Precisión equipo técnico calificado para la tarea, software de procesamiento de datos, locomoción, objetivos claros para el diseño y optimización , y un proyecto estratégico elaborado para este fin.

En conversaciones con el Instituto Geográfico Militar, organismo que tiene la misión por Ley de la implementación y Gestión de la Red Geodésica del Uruguay, se intercambiaron diversas alternativas para llevar adelante el proyecto con el objetivo de implementar la nueva fase del [MRGMVD].
El IGM no solamente es la Institución Oficial Cartográfica del Uruguay, sino que posee todos los medios logísticos y de equipamiento, que aunados a la experticia técnica en el Área de Geodesia del Servicio de Geomática, logra una combinación ideal para los fines de la IM.

En este contexto, por parte de la IM se entendió como muy favorable que la Facultad de Ingeniería a través del Instituto de Agrimensura, colaborara en el Proyecto llevando adelante las validaciones metodológicas, de procesamiento y cálculo de la Red Geodésica, tanto a nivel GNSS como de Altimetría de Precisión.

A partir de un convenio establecido entre la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la República (FING-Udelar) y la Intendencia de Montevideo (IMM) se inicia el proyecto denominado Diseño, Cálculo e Implementación de una **Red Geodésica GNSS y Altimétrica para el Departamento de Montevideo [MRGMVD],** integrada además a la Red Oficial REGNAROU.
El objetivo principal del acuerdo es la definición, desarrollo y materialización de una red geodésica 3D moderna, basada en aproximadamente 40 vértices distribuidos homogéneamente en el Departamento.

En una primera instancia, el IGM junto a IMM llevó a cabo el diseño y relevamiento inicial de estos vértices durante los años 2022 y 2023.
Al analizar las fechas y horarios de ocupación, el Instituto de Agrimensura (IA) observa que las mediciones se realizaron diariamente y en franjas horarias superpuestas. Sin embargo, al tratarse de una red con ocupaciones distribuidas en distintos días, advierte que hubiera sido necesario repetir la observación de vértices (redundancia geométrica) ya medidos previamente, con el fin de garantizar la conexión temporal entre sesiones, las redundancias necesarias, y conformar una red verdaderamente multisesión integrada.

Debido a esto, las observaciones iniciales solo permitieron conformar pequeñas redes independientes para cada día de medición, integradas exclusivamente por los vértices ocupados simultáneamente durante ese período. En consecuencia, únicamente fue posible realizar ajustes en modo de red a nivel diario, y no sobre la totalidad del conjunto.

En cuanto a la Altimétría se desarrollaron los trabajos en redes y mallas interconectadas y redundantes, con altos niveles de precisión en sus cierres, validados luego que el IA procediera a su cálculo y ajuste.

Ante esta limitación en la Red GNSS, la Facultad de Ingeniería solicita a la Intendencia de Montevideo, la ejecución de una re-medición de toda la red acompañada de una ajuste metodológico para asegurar soluciones de Red para las observaciones. Estas observaciones fueron llevadas a cabo el día 28 de agosto de 2025.

En esta oportunidad se definen varios vértices que permanecen ocupados durante toda la jornada con el propósito de generar un marco estable para el posterior ajuste. El IGM ocupa durante todo el día los vértices IGM 03, 017, 035 y ESNAL1 utilizando antenas CHCC220GR2.

Además, el Instituto de Agrimensura realiza la ocupación continua del nuevo Pilar vértice ubicado en la azotea de la Facultad de Ingeniería mediante una antena de CHC IBASE. El resto de los vértices se relevan en dos sesiones, uno matutino y otro vespertino, permitiendo establecer enlaces geométricos suficientes y coberturas montadas temporales entre todas las observaciones y habilitar un ajuste integral de la red.

Procesamiento , Cálculo y Resultados

Previo al inicio del Cálculo, se adopta el último **Sistema de Referencia** disponible SIRGAS:
Week 2381: SIRGAS sol aligned to IGb20 (igs25P2381)
LOCAL GEODETIC DATUM: IGb20 EPOCH: 2025-08-27 12:00:00

Week 2381: SIRGAS sol aligned to IGb20 (igs25P2381) 16-OCT-25 16:24

LOCAL GEODETIC DATUM: IGb20 EPOCH: 2025-08-27 12:00:00

NUM	STATION NAME	X (M)	Y (M)	Z (M)	FLAG
644	**MTV1** 42323S001	2914537.03228	-4349790.42903	-3630033.28051	A
92	UYAR 42312M001	3039390.90139	-4590396.51219	-3209894.75344	A
93	UYBA 66017M001	1541247.90039	-2555204.91688	-5618168.80117	A
94	UYBU 42325M001	2954455.91809	-4655930.27463	-3194730.12131	A
95	UYCL 42309M001	3153354.62767	-4374491.07485	-3394828.68715	A
96	UYCO 42310M001	2802526.97726	-4456438.12578	-3588935.16571	A
97	UYDU 42305M001	3014166.61660	-4402480.72148	-3483378.23147	A
98	UYFD 42313M001	2942131.58174	-4393140.11935	-3555382.37445	A
99	UYFS 42311M001	2908045.62543	-4458703.85653	-3501903.37794	A
100	**UYIF** 42322M001	2931854.74515	-4335667.57724	-3632988.87933	A
101	UYLA 42314M001	3004414.90580	-4330651.06703	-3579819.96712	A
102	**UYLM** 42328M001	2943772.74239	-4344521.71415	-3612849.80521	A
103	UYLP 42306M001	3076651.74051	-4256808.93616	-3606524.57210	A
104	UYMA 42324M001	2998612.85391	-4296176.91426	-3625428.63458	A
105	**UYMO** 42301M001	2909133.01849	-4355451.44578	-3627801.01366	A
106	UYNI 41804M001	2353861.93625	-5498849.90191	-2217394.03469	A
107	UYPA 42304M001	2854570.69805	-4580211.07827	-3387814.98139	A
108	UYPT 42321M001	2961239.27254	-4475610.48283	-3435436.89985	A
109	UYRB 42326M001	3206200.50151	-4317892.51856	-3417370.31644	A
110	UYRI 42308M001	3098198.78429	-4517886.09023	-3256111.07153	A
111	UYRO 42303M001	3144469.67941	-4258022.22155	-3546571.77602	A
113	UYSA 42315M001	2891578.69567	-4620273.19656	-3301519.08584	A
114	UYSC 42327M001	3077080.62319	-4388311.60448	-3446606.78675	A
115	UYSG 42316M001	3019247.98969	-4449969.64198	-3418356.71930	A
116	UYSJ 42320M001	2894374.13586	-4407788.27716	-3576191.72494	A
117	UYSO 42307M001	2828006.84745	-4528151.59944	-3478267.74858	A
118	UYTA 42302M001	3042868.21516	-4500645.60070	-3330675.20180	A
119	UYTD 42317M001	2939805.83601	-4618928.51513	-3260824.70483	A
120	UYTT 42318M001	3109972.13848	-4340819.17248	-3476409.69617	A

A partir de los datos obtenidos en esa fecha, se procede al cálculo y ajuste de la red geodésica. Se destaca que los vértices 017 y 013 fueron observados mediante el uso de bastón y trípode bipode, metodología que se identifica gracias a las fotografías incluidas en las monografías

correspondientes. Este procedimiento no resulta recomendado por las buenas prácticas para trabajos de alta precisión, porque no garantiza la estabilidad necesaria para asegurar exactitud. En consecuencia, aunque estos vértices presentan buena precisión interna luego del ajuste, no es posible asegurar su confiabilidad absoluta dentro del marco general de la red.

El proceso de ajuste GNSS por parte de la Facultad de Ingeniería se desarrolla en tres etapas utilizando el software de postproceso CHCNAV Geomatics Office (CGO).

En la primera etapa se realiza un ajuste libre como Control de la Red Fiducial y Red Zero constituida por las estaciones UYMO, UYIF, UYLM y MTV1, utilizando las coordenadas semanales SIRGAS, consideradas las más confiables y precisas disponibles. Esta instancia permite verificar la consistencia y estabilidad de dichos puntos fijos antes de su utilización en los ajustes posteriores. El resultado obtenido presenta una desviación estándar aproximada de 5 mm, valor adecuado para continuar con las siguientes fases.

La segunda etapa corresponde al ajuste de la Red Zero MARGIA, de especial relevancia para el Instituto de Agrimensura. En este ajuste se incluyen las estaciones fiduciales y los vértices monumentados con centrados forzosos: AZOTEA (FING), 034, 031, 032 y 035.

Los resultados revelan un comportamiento satisfactorio, logrando para un nivel de confianza del 95% una precisión del orden de 7 mm, equivalente a una desviación estándar aproximada de 3 mm.

Finalmente, en la tercera etapa se lleva a cabo el ajuste de la Red completa, incorporando todos los vértices observados.

Tras un análisis preliminar de los resultados, se detecta que los vértices 02, 024 028 y 030 presentan inconsistencias significativas que afectan negativamente el ajuste global. Antes de proceder a su descarte, se examinan detalladamente sus archivos RINEX, lo que evidencia valores de multipath superiores a 70 cm, magnitud incompatible con los estándares exigidos para este tipo de trabajos de alta precisión.

En consecuencia, el ajuste final se realiza excluyendo los vértices **02, 024, 028 y 030**, y fijando nuevamente las estaciones **UYMO, UYIF, UYLM y MTV1** como Vértices Fiduciales de referencia.

Re-Cálculo 2026

Durante el cálculo del 2025, se siguieron las normas de control de todos los parámetros de Procesamiento y Cálculo finales, tanto observados como procesados por 3 docentes en simultáneo en la FING.

Sin embargo, debido a un bug del software denunciado, reconocido por CHC y corregido en su última versión, cuando se copiaba el Proyecto final ocurrían algunos cambios no previstos como ocurrió con el seteo de la altura de antena de ANP1.
Esto obligó a reprocesar y calcular nuevamente la Red MRGMVD2025, mejorando sus resultados finales en cuanto a fiabilidad y calidad de la Red.

El resultado del ajuste definitivo 2026 presenta precisiones en I.C. de 95% de 7.8 mm en componentes horizontales y 8.6 mm en la componente vertical, lo que corresponde a precisiones evaluadas por el estimador desviación estándar aproximadas de 4 mm respectivamente. Estos valores se consideran plenamente aceptables ,coincidentes con los pre análisis desarrollados en su momento, y se encuentran dentro de las tolerancias para este tipo de Redes Geodésicas.

Análisis

Los resultados finales del Ajuste de la Red Geodésica de Montevideo, muestran una red que cumple con las normas de una red Geodésica Urbana, pero los valores de calidad fueron en parte degradados por algunos problemas de observación, y claramente de localización de los vértices que fueron eliminados, debidos al multicamino que sufren dichas observaciones por cortinas de árboles muy próximos y también edificios.

Estas afirmaciones están respaldadas y verificadas no solamente por los tipos de controles de Calidad del CGO que se adjuntan, sino también por la herramienta QC SPIDER , software robusto de Redes Geodésicas Activas (CORS) que se especializa en controles de calidad de los archivos observables.
Se adjuntan aparte todos los reportes mencionados.

PROCESS REPORT

CHCNAV

Network Adjustment Report

Basic Information

Name	Value
Username	FabianPC
Project Datum	Custom
Project Name	2025
Distance Units	Meter
Height Units	Meter

1 Adjustment Settings

Basic Parameters

Name	Value
Ellipsoid Name	WGS84
Major Axis(m)	6378137.0000
Flattening Reciprocal(1/f)	298.257223563

Projection Parameters

Name	Value
Projection Method	UTM Projection
Projection Height	0.0000
Central Meridian(L0)	057°00′00.00000″W

2 Adjustment Statistics

Statistical Summary

Name	Value
Network Reference Factor	25.4342169809292
Chi Square Test	Pass
Chi Square Value	1200.98748
Range of Chi Square Test	1103.28798 ~ 1298.68699
Ratio of Unit Weight Standard Error	1.00083
Precision Confidence Level	2 sigma
Horizontal Accuracymm	7.8
Vertical Accuracymm	8.6
Check Result	Conformity

Resumen Ejecutivo y Recomendaciones

La primer recomendación consiste en trasladar o monumentar nuevamente los vértices eliminados del proceso por falta de calidad en sus datos observacionales, causados por su cercanía con cortinas de arbolados o edificios lo que intensifica el multipath.
Si se deciden mantener esos vértices, son utilizables exclusivamente como referencias altimétricas de la Red de Nivelación.

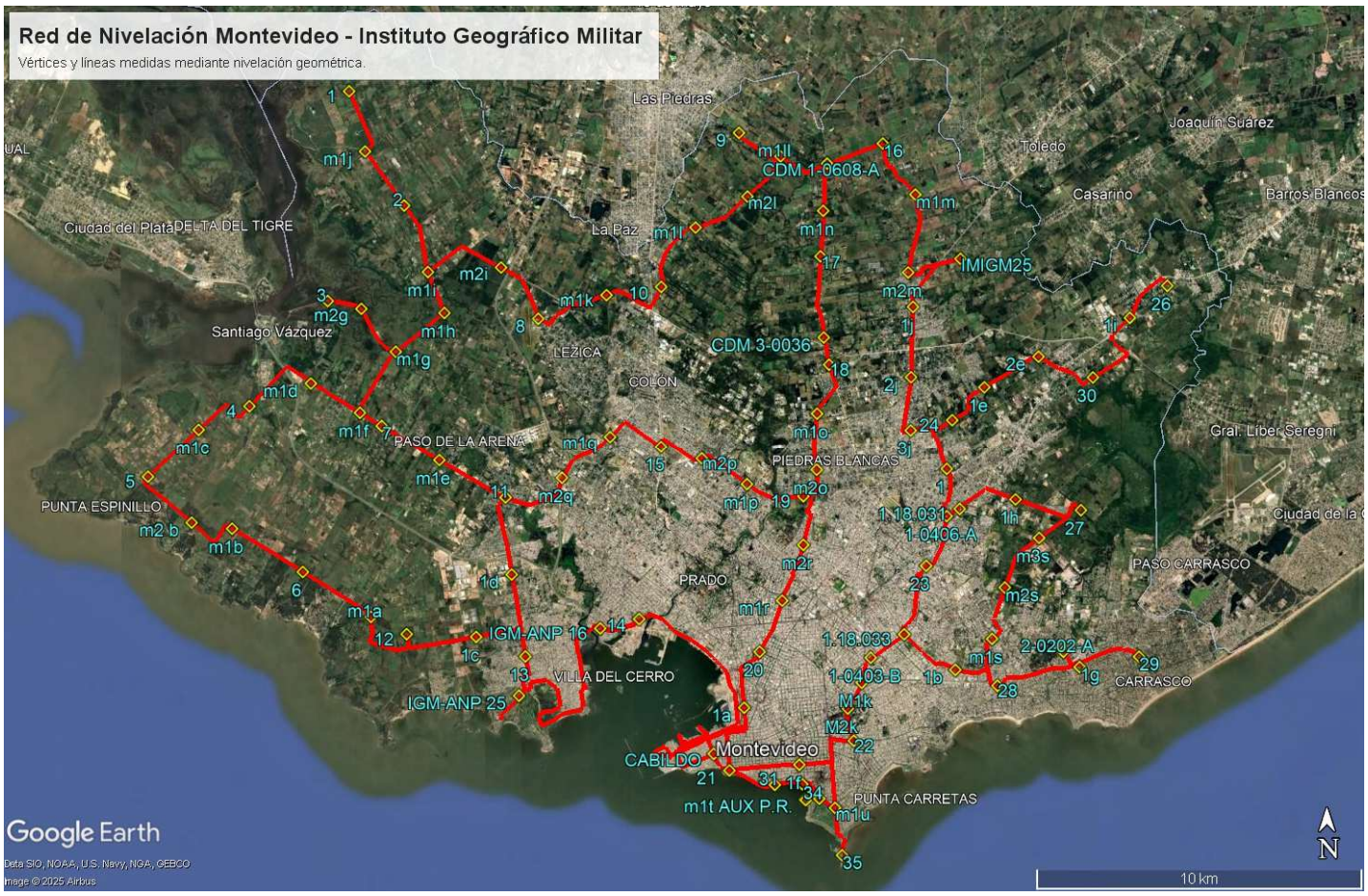
La segunda recomendación consiste en la necesidad de planificar por parte de la IM (junto a FING si la IM así lo entiende), el mantenimiento y densificación de esta Red MRGMVD2025, con el objetivo de seguir desarrollando las actividades geodésicas como soporte lógico, geométrico y espacial para la Infraestructura y el Sistema de Información Geográficos de Montevideo.

CÁLCULO Y AJUSTE DE LA RED DE NIVELACIÓN DE MONTEVIDEO 2025

Este reporte refiere al componente altimétrico de la Red, donde se expresa el Cálculo y Ajuste de la Red de Nivelación de la Red Geodésica MRGMVD2025. La misma se compone por unos 50 vértices monumentados entre los cuales se incluyen puntos de la Red Altimétrica Nacional de Primer Orden, la Red Altimétrica CDM y la Red Altimétrica de la ANP; además de los propios de la nueva red.

Generación de Circuitos Altimétricos

A partir los datos recibidos del Instituto Geográfico Militar, se ordenan y organizan los mismos generando las líneas de nivelación que conforman la red, definiéndose 6 circuitos (loops) cerrados que permiten el control por redundancia de las observaciones realizadas y el posterior ajuste.



Observaciones realizadas año 2022:

	DESDE	HASTA	DIST	DH 1	DH 2	DH
2022	ANP-025	13	1.5840	2.1349	2.1349	2.1349
	ANP-016	14	1.3340	0.0607	0.0607	0.0607
	CABILDO	21	0.7880	-10.3938	-10.3938	-10.3938
	1.18.031	24	4.0300	3.2388	3.2387	3.2388
	1.18.033	23	2.4790	-1.5739	-1.5739	-1.5739
	20	M1a	2.1680	-14.1683	-14.1683	-14.1683
	M1a	CABILDO	2.3820	18.7397	18.7397	18.7397
	M1b	1.18.033	2.0190	31.5191	31.5190	31.5191
	M1b	28	1.7230	-13.7559	-13.7558	-13.7559
	13	M1c	2.2840	-9.0241	-9.0240	-9.0241
	M1c	12	2.5760	14.7426	14.7425	14.7426
	M1d	11	2.4950	6.9649	6.9648	6.9649
	M1d	13	2.5060	25.6401	25.6398	25.6400
	24	M1e	1.6270	-17.3897	-17.3897	-17.3897
	M1e	M2e	1.9690	-15.2131	-15.2131	-15.2131
	M2e	30	2.0380	16.4571	16.4571	16.4571
	21	M1f	2.1680	6.9367	6.9367	6.9367
	M1f	22	2.2470	10.9324	10.9324	10.9324
	29	M1g	2.1710	24.5446	24.5447	24.5447
	M1g	28	2.7070	-16.5994	-16.5995	-16.5995
	1.18.031	M1h	2.0590	-9.0520	-9.0520	-9.0520
	M1h	27	2.4260	-3.5639	-3.5638	-3.5639
	30	M1i	2.9360	4.4569	4.4570	4.4570
	M1i	26	1.7000	1.7841	1.7841	1.7841
	25	M1j	2.3390	13.9627	13.9627	13.9627
	M1j	M2j	2.1610	1.7993	1.7993	1.7993
	M2j	M3j	1.9670	-2.4983	-2.4984	-2.4984
	M3j	24	1.3530	-2.4252	-2.4253	-2.4253
	23	1.18.031	2.4510	-17.3160	-17.3160	-17.3160
	1-0403-B	M1k	0.8640	-14.2707	-14.2707	-14.2707
	1-0403-B	1.18.033	1.3100	4.4136	4.4136	4.4136
	M2k	M1k	0.9550	11.2789	11.2789	11.2789
	M2k	22	1.0700	0.6476	0.6475	0.6476
	1.18.031	1-0406-A	0.5120	3.2797	3.2796	3.2797
	M1g	2-0202-A	0.8430	2.4618	2.4618	2.4618

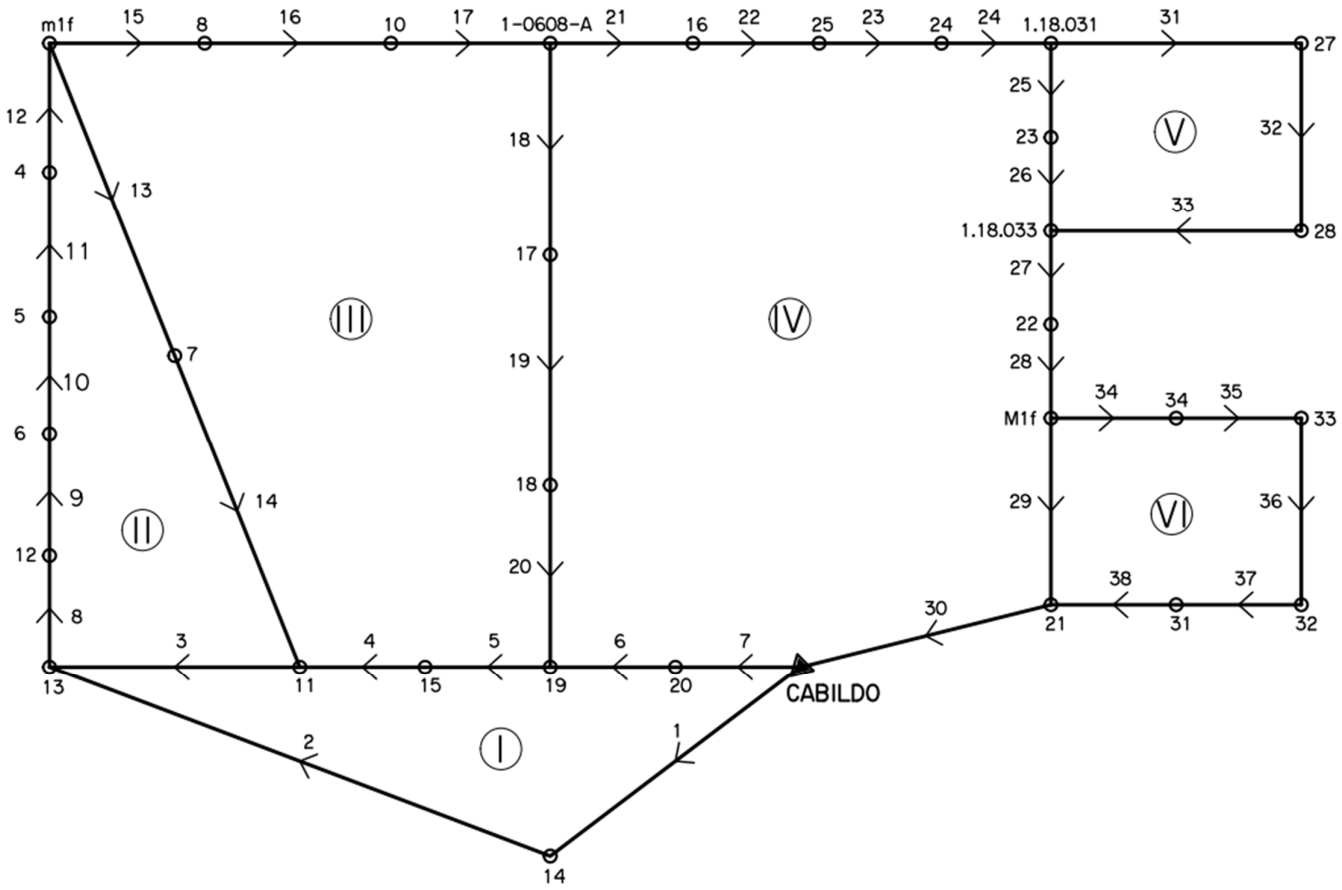
Observaciones realizadas año 2023:

	DESDE	HASTA	DIST	DH 1	DH 2	DH
2023	12	m1a	2.5830	-2.7924	-2.7922	-2.7923
	m1a	6	2.5370	-0.4191	-0.4192	-0.4192
	6	m1b	2.6970	-7.9895	-7.9903	-7.9899
	m1b	m2b	1.8510	-5.5074	-5.5071	-5.5073
	m2b	5	2.1980	3.1037	3.1037	3.1037
	5	m1c	2.1300	-5.9301	-5.9301	-5.9301
	m1c	4	2.2140	-17.3574	-17.3575	-17.3575
	4	m1d	2.5710	16.1063	16.1072	16.1068
	m1d	m1f	1.7620	-5.7984	-5.7983	-5.7984
	m1f	7	0.7420	-2.3969	-2.3964	-2.3967
	7	m1e	2.1110	8.1733	8.1733	8.1733
	m1e	11	2.3560	-3.5774	-3.5774	-3.5774
	m1f	m1g	2.2690	-13.3305	-13.3306	-13.3306
	m1g	m2g	1.6210	-4.2992	-4.2991	-4.2992
	m2g	3	1.2120	0.2765	0.2765	0.2765
	m1g	m1h	1.8760	21.7765	21.7765	21.7765
	m1h	m1i	1.3490	-7.8208	-7.8207	-7.8208
	m1i	2	2.2390	9.4299	9.4299	9.4299
	2	m1j	2.0510	-6.9855	-6.9856	-6.9856
	m1j	1	2.1430	-8.9634	-8.9634	-8.9634
	m1i	m2i	2.6870	18.7010	18.7011	18.7011
	m2i	8	2.0760	11.3958	11.3958	11.3958
	8	m1k	2.6320	-5.0367	-5.0367	-5.0367
	m1k	10	2.4280	0.9997	0.9998	0.9998
	10	m1l	2.3600	13.8291	13.8291	13.8291
	m1l	m2l	1.9650	7.1484	7.1484	7.1484
	m2l	m1ll	1.6000	17.6112	17.6112	17.6112
	m1ll	9	1.7150	-16.1861	-16.1861	-16.1861
	m1ll	1-0608-A	1.6580	-12.6637	-12.6637	-12.6637
	1-0608-A	16	1.8670	-4.3406	-4.3406	-4.3406
	16	m1m	2.0480	-8.1761	-8.1761	-8.1761
	m1m	m2m	2.4890	-6.1665	-6.1665	-6.1665
	m2m	25	1.8950	-19.6870	-19.6867	-19.6869
	1-0608-A	m1n	1.4730	-21.0605	-21.0605	-21.0605
	m1n	17	1.4060	0.7645	0.7646	0.7646
	17	3-0036	2.6680	-9.9587	-9.9587	-9.9587
	3-0036	18	0.9500	-12.6639	-12.6639	-12.6639
	18	m1o	2.0070	11.3309	11.3310	11.3310
	m1o	m2o	1.6940	-0.7558	-0.7558	-0.7558
	m2o	19	1.1690	-11.3582	-11.3575	-11.3579
	19	m1p	1.8780	-1.1087	-1.1087	-1.1087
	m1p	m2p	1.9300	10.0870	10.0870	10.0870
	m2p	15	1.6850	2.4515	2.4515	2.4515
	15	m1q	2.0370	-18.0193	-18.0193	-18.0193
	m1q	m2q	2.0210	0.2537	0.2542	0.2540
	m2q	11	2.2660	-0.3387	-0.3388	-0.3388
	19	m2r	1.8420	26.7312	26.7312	26.7312
	m2r	m1r	1.8850	-30.2925	-30.2925	-30.2925
	m1r	20	2.1510	-5.9649	-5.9648	-5.9649
	28	m1s	1.7590	20.0915	20.0915	20.0915
	m1s	m2s	2.0150	-1.4635	-1.4635	-1.4635
	m2s	m3s	1.7960	-2.9039	-2.9039	-2.9039
	m3s	27	1.9320	-1.9753	-1.9753	-1.9753
	21	31	1.5360	-6.6120	-6.6120	-6.6120
	31	32	0.8850	-0.2981	-0.2981	-0.2981
	32	33	1.0410	-3.5087	-3.5087	-3.5087
	33	34	0.6370	18.5561	18.5561	18.5561
	34	m1u	0.5600	5.8995	5.8995	5.8995
	m1u	35	1.8170	-18.0054	-18.0054	-18.0054
	m1u	M1f	2.2290	-7.0951	-7.0950	-7.0951

Observación: Se dispone de la línea de nivelación realizada por el Instituto Geográfico Militar

para la Red Portuaria SIGPORT 2020 de la Administración Nacional de Puertos en el Departamento de Montevideo.

	DESDE	HASTA	DIST	DH 1	DH 2	DH
ANP	CABILDO	ANP1	1.0904	-18.3692	-18.3698	-18.3695
	ANP1	1-0105-D	0.9240	-0.7881	-0.7876	-0.7879
	1-0105-D	ANP6	0.4436	-0.3423	-0.3426	-0.3425
	ANP6	ANP7	0.2037	-0.4746	-0.4749	-0.4748
	ANP7	ANP8	1.0871	0.1179	0.1183	0.1181
	ANP8	ANP9	1.2450	0.0633	0.0642	0.0638
	ANP9	ANP10	0.5733	0.1250	0.1246	0.1248
	ANP10	ANP11	0.7567	0.2673	0.2676	0.2675
	ANP11	ANP12	0.6260	0.7239	0.7235	0.7237
	ANP12	ANP13	1.0786	2.6609	2.6607	2.6608
	ANP13	ANP14	0.6608	-1.6518	-1.6518	-1.6518
	ANP14	ANP15	0.8626	8.7787	8.7791	8.7789
	ANP15	ANP16	0.5363	-9.9923	-9.9926	-9.9925
	ANP16	ANP17	0.6908	-0.4889	-0.4885	-0.4887
	ANP17	ANP18	0.7187	0.0700	0.0695	0.0697
	ANP18	ANP19	1.1558	-0.4676	-0.4685	-0.4681
	ANP19	ANP20	0.5452	12.2868	12.2873	12.2871
	ANP20	ANP21	0.7671	-3.5377	-3.5378	-3.5377
	ANP21	ANP22	0.9524	-1.0616	-1.0610	-1.0613
	ANP22	AUX BASE	0.4948	22.4677	22.4672	22.4675
	AUX BASE	ANP24	0.7687	35.8353	35.8358	35.8355
	ANP24	ANP25	0.5848	-31.3837	-31.3842	-31.3839

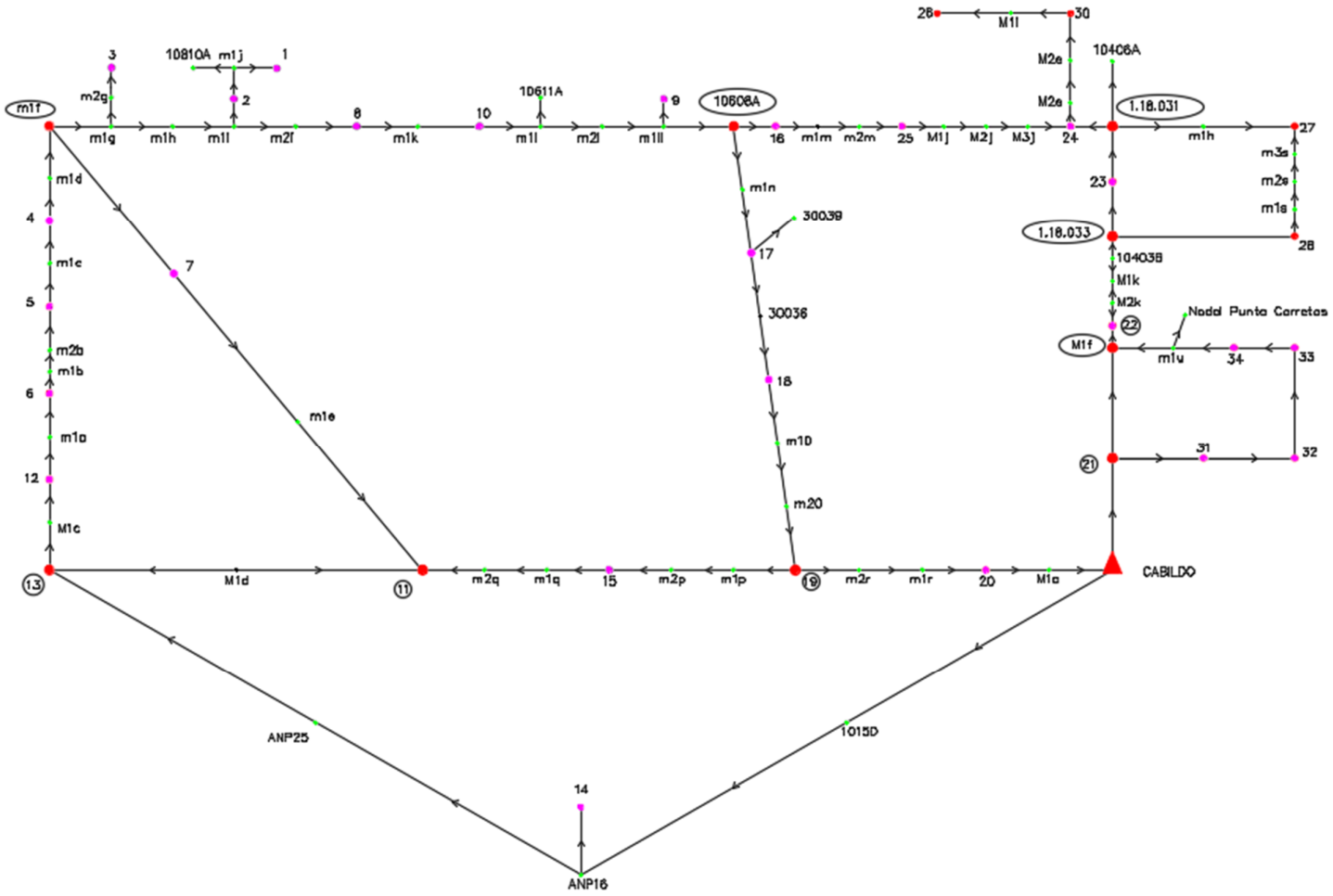


A partir de las observaciones reseñadas, se conforman los circuitos de nivelación que se esquematizan en la anterior ilustración, integrados por 38 desniveles.
Listado de desniveles observados:

I	DESDE	HACIA	DIST	DH	W
1	CABILDO	14	11.422	-18.8206	1.0000
2	14	13	9.596	35.7943	1.1903
3	11	13	5.001	18.6751	2.2840
4	15	11	6.324	-18.1041	1.8061
5	19	15	5.493	11.4298	2.0794
6	20	19	5.878	9.5262	1.9432
7	CABILDO	20	4.550	-4.5714	2.5103
8	13	12	4.860	5.7185	2.3502
9	12	6	5.120	-3.2115	2.2309
10	6	5	6.746	-10.3935	1.6932
11	5	4	4.344	-23.2876	2.6294
12	4	m1f	4.333	10.3084	2.6361
13	m1f	7	0.742	-2.3967	15.3937
14	7	11	4.467	4.5959	2.5570
15	m1f	8	10.257	30.7221	1.1136
16	8	10	5.060	-4.0370	2.2573
17	10	1-0608-A	7.583	25.9250	1.5063
18	1-0608-A	17	2.879	-20.2960	3.9674
19	17	18	3.618	-22.6226	3.1570
20	18	19	4.870	-0.7827	2.3454
21	1-0608-A	16	1.867	-4.3406	6.1179
22	16	25	6.432	-34.0295	1.7758
23	25	24	7.820	10.8384	1.4606
24	24	1.18.031	4.030	-3.2388	2.8343
25	1.18.031	23	2.451	17.3160	4.6602
26	23	1.18.033	2.479	1.5739	4.6075
27	1.18.033	22	4.199	-29.3157	2.7202
28	22	M1f	2.247	-10.9324	5.0833
29	M1f	21	2.168	-6.9367	5.2685
30	21	CABILDO	0.788	10.3938	14.4950
31	1.18.031	27	4.485	-12.6159	2.5467
32	27	28	7.502	-13.7488	1.5225
33	28	1.18.033	3.742	45.2749	3.0524
34	M1f	34	2.789	1.1956	4.0954
35	34	33	0.637	-18.5561	17.9311
36	33	32	1.041	3.5087	10.9722
37	32	31	0.885	0.2981	12.9063
38	31	21	1.536	6.6120	7.4363
		d0	**11.4221**		

Al momento de la Ajuste, se consideran pesos inversamente proporcionales a las distancias.

El siguiente diagrama describe esquemáticamente la vinculación de la totalidad de los vértices.



Control inicial y análisis de cierres

Disponiendo de 6 circuitos cerrados, se analizan la suma de los desniveles en cada uno de ellos, determinando en cada caso el cierre de la malla. Considerando la longitud total nivelada en cada caso, se obtiene el error por kilómetro, constituyendo un índice de precisión validado en Geodesia Física , y que verifica en todos los casos valores por debajo de 1mm/km.
Adicionalmente se calcula el factor de precisión f, el cual se obtiene despejando de la siguiente expresión:

$$\sigma = f \cdot \sqrt{p(km)}$$

Siendo: **σ** (cierre de la malla) **p** (perímetro en km)

CIRCUITO	LINEA	DIST	DH
I	1	11.42	-18.8206
	2	9.60	35.7943
	3	5.00	18.6751
	4	6.32	-18.1041
	5	5.49	11.4298
	6	5.88	9.5262
	7	4.55	-4.5714
		48.2644	0.0181
		CIERRE (mm)	18.15
		MM/KM	0.4
		f	3

CIRCUITO	LINEA	DIST	DH
II	8	4.86	5.7185
	9	5.12	-3.2115
	10	6.75	-10.3935
	11	4.34	-23.2876
	12	4.33	10.3084
	13	0.74	-2.3967
	14	4.47	4.5959
	3	5.00	18.6751
		35.6130	0.0088
		CIERRE (mm)	8.80
		MM/KM	0.2
		f	1

CIRCUITO	LINEA	DIST	DH
III	15	10.26	30.7221
	16	5.06	-4.0370
	17	7.58	25.9250
	18	2.88	-20.2960
	19	3.62	-22.6226
	20	4.87	-0.7827
	5	5.49	11.4298
	4	6.32	-18.1041
	14	4.47	-4.5959
	13	0.74	2.3967
		51.2930	0.0353
		CIERRE (mm)	35.30
		MM/KM	0.7
		f	5

CIRCUITO	LINEA	DIST	DH
IV	21	1.87	-4.3406
	22	6.43	-34.0295
	23	7.82	10.8384
	24	4.03	-3.2388
	25	2.45	17.3160
	26	2.48	1.5739
	27	4.20	-29.3157
	28	2.25	-10.9324
	29	2.17	-6.9367
	30	0.79	10.3938
	7	4.55	-4.5714
	6	5.88	9.5262
	20	4.87	0.7827
	19	3.62	22.6226
	18	2.88	20.2960
		56.2760	-0.0154
		CIERRE (mm)	-15.45
		MM/KM	0.3
		f	2

CIRCUITO	LINEA	DIST	DH
V	31	4.49	-12.6159
	32	7.50	-13.7488
	33	3.74	45.2749
	26	2.48	-1.5739
	25	2.45	-17.3160
		20.6590	0.0204
		CIERRE (mm)	20.35
		MM/KM	1.0
		f	4

CIRCUITO	LINEA	DIST	DH
VI	34	2.79	1.1956
	35	0.64	-18.5561
	36	1.04	3.5087
	37	0.89	0.2981
	38	1.54	6.6120
	29	2.17	6.9367
		9.0560	-0.0051
		CIERRE (mm)	-5.05
		MM/KM	0.6
		f	2

En resumen:

	I	II	III	IV	V	VI
CIERRE (mm)	18.1	8.8	35.3	-15.4	20.4	-5.0
MM/KM	0.4	0.2	0.7	0.3	1.0	0.6
f	3	1	5	2	4	2

Considerando el conjunto de los 6 circuitos cerrados se obtiene un factor de precisión de 5, valor similar al que presenta la Red Altimétrica Nacional de Primer Orden, lo cual valida las observaciones realizadas y permite proseguir con el cálculo.

Ajuste por Mínimos Cuadrados (LSQA)

Los ajustes tienen su origen matemático en la redundancia de observaciones (r) lo cual genera ecuaciones de condición cuyo sistema debe ser resuelto llegando a un valor único de las magnitudes que se observaron varias veces.
En Geodesia está más que validado adoptar para los Ajustes, el Método Gaussiano de los Mínimos Cuadrados, algoritmo que se aplica en esta Red.

El vértice "Cabildo" constituye el Datum Vertical del Uruguay, con un altura fija en 22.97m. Dicho valor es la referencia altimétrica utilizada en el ajuste, e introducida libre de error,que permitirá a los sitemas lineales resolverlos de forma compatible y determinado.

Las 38 líneas de nivelación descritas, permiten resolver el ajuste utilizando el algoritmo de las magnitudes, mediante el cual es posible obtener directamente las magnitudes (alturas) ajustadas.

La expresión matricial que lo describe es: $\boldsymbol{v + B \cdot \Delta = f}$

Siendo:

v	matriz vector de los residuales (38 filas, 1 columna)
B	matriz de coeficientes numéricos (38 filas,32 columnas)
Δ	matriz de las incógnitas (32 filas, 1 columna)
f	matriz vector numérica (38 filas, 1 columna)

De acuerdo a lo presentado las incógnitas a resolver son las alturas de los vértices: 14, 13, 11, 15, 19, 20, 12, 6, 5, 4, m1f, 7, 8, 10, 1-0608-A, 17, 18, 16, 25, 24, 1.18.031, 23, 1.18.033, 22, M1f, 21, 27, 28, 34, 33, 32 y 31, totalizando 32 vértices iniciales a calcular.

El algoritmo de cálculo es el del Método de Mínimos Cuadrados de las Magnitudes:

$$\boldsymbol{N = B' \cdot W \cdot B}$$
$$\boldsymbol{t = B' \cdot W \cdot f}$$
$$\boldsymbol{\Delta = N^{-1} \cdot t}$$

La propagación de cofactores, que permite el cálculo de la precisión obtenida en las alturas luego del Ajuste tiene el siguiente algoritmo de cálculo:

$$\boldsymbol{v = f - B \cdot \Delta}$$
$$\boldsymbol{\sigma_{0p}^2 = \frac{v' \cdot W \cdot v'}{r}}$$
$$\boldsymbol{Q_{\Delta\Delta} = N^{-1}}$$
$$\boldsymbol{\Sigma_{\Delta\Delta} = \sigma_{0p}^2 \cdot Q_{\Delta\Delta}}$$

La matriz W (matriz peso) se genera considerando las longitudes de las 38 líneas observadas, y considerando pesos inversamente proporcional a la distancia.

La matriz B se conforma:

	14	13	11	15	19	20	12	6	5	4	m1f	7	8	10	1-0608-A	17	18	16	25	24	1.18.031	23	1.18.033	22	M1f	21	27	28	34	33	32	31
1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1

matriz **Δ**:

Δ
14
13
11
15
19
20
12
6
5
4
m1f
7
8
10
1-0608-A
17
18
16
25
24
1.18.031
23
1.18.033
22
M1f
21
27
28
34
33
32
31

matriz **f**:

f
-4.1494
-35.7943
-18.6751
18.1041
-11.4298
-9.5262
-18.3986
-5.7185
3.2115
10.3935
23.2876
-10.3084
2.3967
-4.5959
-30.7221
4.0370
-25.9250
20.2960
22.6226
0.7827
4.3406
34.0295
-10.8384
3.2388
-17.3160
-1.5739
29.3157
10.9324
6.9367
12.5762
12.6159
13.7488
-45.2749
-1.1956
18.5561
-3.5087
-0.2981
-6.6120

El resultado de la aplicación de la Ajuste y propagación permite, por tanto obtener las alturas y la desviación estándar para cada uno de los 32 vértices incluidos en la matriz **Δ**:

Δ	H (m)	σ (m)
14	4.142	0.010
13	39.930	0.011
11	21.254	0.011
15	39.359	0.011
19	27.931	0.009
20	18.401	0.007
12	45.646	0.013
6	42.432	0.013
5	32.035	0.014
4	8.746	0.013
m1f	19.052	0.012
7	16.656	0.012
8	49.765	0.013
10	45.723	0.013
1-0608-A	71.641	0.011
17	51.343	0.011
18	28.717	0.010
16	67.300	0.011
25	33.270	0.012
24	44.108	0.011
1.18.031	40.869	0.010
23	58.187	0.010
1.18.033	59.763	0.009
22	30.447	0.007
M1f	19.514	0.005
21	12.576	0.003
27	28.248	0.011
28	14.492	0.011
34	20.711	0.006
33	2.156	0.006
32	5.665	0.005
31	5.963	0.005

Cálculo de alturas de vértices radiales (circuitos abiertos)

A partir del ajuste previamente descrito, se obtienen las alturas referidas al cero oficial de los 32 vértices presentados, restando por tanto determinar las alturas de vértices que fueron vinculados a la red en forma radial, sin disponer de redundancia en cada uno de ellos.
Vértices vinculados por radiación: 3, 1, 9, 26, 29

Radial a 3		
m1g	**a**	**3**
Desde	**Hacia**	**dn**
m1g	m2g	-4.299
m2g	3	0.277

	H
m1g	5.719
m2g	**1.420**
3	**1.697**

Radial a 1		
m1i	**a**	**1**
Desde	**Hacia**	**dn**
m1i	2	9.430
2	m1j	-6.986
m1j	1	-8.963

	H
m1i	19.672
2	**29.102**
m1j	**22.117**
1	**13.153**

Radial a 9		
m1II	**a**	**9**
Desde	**Hacia**	**dn**
m1II	9	-16.186

	H
m1II	84.306
9	**68.120**

Radial a 26		
24	**a**	**30**
Desde	**Hacia**	**dn**
24	M1e	-17.390
M1e	M2e	-15.213
M2e	30	16.457
30	M1i	4.457
M1i	26	1.784

	H
24	44.108
M1e	**26.718**
M2e	**11.505**
30	**27.962**
M1i	**32.419**
26	**34.203**

Radial a 29		
28	**a**	**29**
Desde	**Hacia**	**dn**
28	M1g	16.599
M1g	29	-24.545
M1g	2 0202 A	2.462

	H
28	14.492
M1g	**31.091**
29	**6.547**
2 0202 A	**33.553**

Resultados obtenidos

Realizada el Ajuste por mínimos cuadrados referida y calculadas las líneas radiales, se obtienen las alturas oficiales definitivas de todos los vértices.

Vértice	Altura (m)	Vértice	Altura (m)
1	13.153	19	27.931
2	29.102	20	18.401
3	1.697	21	12.576
4	8.746	22	30.447
5	32.035	23	58.187
6	42.432	24	44.108
7	16.656	25	33.270
8	49.765	26	34.203
9	68.120	27	28.248
10	45.723	28	14.492
11	21.254	29	6.547
12	45.646	30	27.962
13	39.930	31	5.963
14	4.142	32	5.665
15	39.359	33	2.156
16	67.300	34	20.711
17	51.343	35	8.605
18	28.717		

Vinculaciones con redes pre-existentes

Las líneas de nivelación realizadas por el IGM se vincularon en varios casos con vértices pertenecientes a redes preexistentes, a saber: Red Altimétrica Nacional de Primer Orden, Red Altimétrica CDM. Esto permite analizar , controlar y validar los cálculos realizados que se presentan en el siguiente cuadro:

DESDE	HASTA	H INICIO	H FIN	H REFERENCIA	DIF
6	NODAL PAJAS BLANCAS	42.432	22.642	22.607	-0.035
m1j	1 0810 A	22.117	21.445	21.469	0.024
1 0608 A			71.641	71.673	0.032
m1l	1 0611 A	59.550	79.152	79.121	-0.032
17	3 0039	51.343	48.676	48.695	0.019
m1m	1 0605 A	59.124	60.369	60.315	-0.054
1.18.031			40.869	40.871	0.002
1.18.033			59.763	59.740	-0.023
1 0403 B			55.349	55.337	-0.012
M1g	2 0202 A	31.091	33.553	33.469	-0.084
m1u	NODAL PUNTA CARRETAS	26.611	3.153	3.153	-0.001
	3 0036		41.382	41.361	-0.021
1.18.031	1 0406 A	40.869	44.148	44.053	-0.096
3-0036			41.382	41.361	-0.021

Se aprecian diferencias entre las alturas conocidas de los vértices pre-existentes con los valores determinados a partir del ajuste de la nueva red, los cuales en su mayoría presentan valores aceptables, con excepción de 1-0605-A (5.4cm), 2-0202-A (8.4cm) y 1-0406-A (9.6cm). En estos casos es recomendable un estudio más específico para determinar las causas de las diferencias observadas.

Acciones sugeridas a futuro

A) Vincular en vértices distribuidos uniformemente en el Departamento, pertenecientes a redes pre-existentes, que permita un mayor control en todo el territorio.
B) Determinar parámetros de transformación entre la solución semanal SIRGAS y SIRGAS-ROU98.
C) Determinar un nuevo Modelo de Transformación de Alturas que permita mejorar la precisión del actualmente disponible.
D) Analizar los archivos adjuntos del Procesamiento de la Red GNSS.

Ing.Fabián Barbato (Coordinador Proyecto)



Ing.Jorge Faure (Director Instituto de Agrimensura)

Montevideo, 5 de septiembre del 2026.